Shikshan Sanshodhan : Journal of Arts, Humanities and Social Sciences ISSN(o): 2581-6241
Monthly, Peer-Reviewed, Refereed, Indexed Journal Impact Factor: 7.384
Volume - 8, Issue - 4, April - 2025

DOIs:10.2018/SS/202504014 --:-- Research Paper / Article / Review

वैदिक गणित के व्यावहारिक अनुप्रयोग: घन के विशेष संदर्भ में

[1]डॉ. राजीव अग्रवाल, [2]निहारिका
[1]एसोसिएट प्रोफेसर, शिक्षक-शिक्षा विभाग, अतर्रा पोस्ट ग्रेजुएट कॉलेज, अतर्रा, बांदा (उ०प्र०), 210201
[2]शोध छात्रा, शिक्षक-शिक्षा विभाग, पोस्ट ग्रेजुएट कॉलेज, अतर्रा, बांदा (उ०प्र०), 210201
Email- [1]rajeevadc@gmail.com , [2]shuklaniharika631@gmail.com

शोध सार : वैदिक गणित केवल गणित ही नहीं है, बल्कि एक सांस्कृतिक धरोहर है। इसे संजोकर रखना हम भारतीयों का पावन कर्तव्य बनता है। इस रचना का मुख्य उद्देश्य प्राचीन भारत की बौद्धिक संपदा को प्रकाश में लाना है। वैदिक गणित विश्व की सबसे तेज गणितीय प्रक्रिया है। यह सामान्य गणित की तुलना में 10 से 50 गुना तेज है। वैदिक गणित में गणना के अनोखे तरीके हैं, जो सरल सूत्रों पर आधारित हैं। अतः इसका उद्देश्य यही है, कि समय की बचत कर गणनाएं की जा सके। स्कूली स्तर पर वैदिक गणित को पढ़ाया जाना अति आवश्यक है। वैदिक गणित अनिवार्य रूप से स्कूली स्तर पर शुरू करने का मुख्य उद्देश्य यही है, कि प्रत्येक बालक के मस्तिष्क का विकास हो तथा वैदिक गणित के उपयोग के माध्यम से वह अपनी क्रियात्मकता को उजागर कर सके। वैदिक गणित सभी के लिए महत्वपूर्ण और सीखने योग्य है। वैदिक गणित का प्रयोग गणित की सभी शाखाओं में सफलतापूर्वक किया जा सकता है। प्रस्तुत शोध पत्र में वैदिक गणित द्वारा घन के व्यावहारिक अनुप्रयोग पर विस्तृत रूप से प्रकाश डाला गया है।

मुख्य शब्द वैदिक गणित, घन, गणित, अंकगणित।

1. प्रस्तावना :

आज हम बिना गणित के अपने जीवन में एक दिन की भी कल्पना नहीं कर सकते हैं, क्योंकि दैनिक जीवन की समस्याओं के हल के लिए भी हमें किसी न किसी रूप में गणित पर ही आश्रित रहना होता है। गणित अपने चारों ओर के वातावरण से हमें संपर्क करने व विश्व के प्रति हमारी समझ को बढ़ाने में महत्वपूर्ण साधन है। गणित किसी प्राकृतिक स्रोत के समान हमारे चारों ओर है जिसे हम आसानी से अनुभव कर सकते हैं। कोई भी व्यक्ति चाहे वह मजदूर, किसान, व्यापारी, ग्रहणी, डॉक्टर तथा वकील हो वह प्रतिदिन गणित के अंकों और सिद्धांतों का उपयोग करता है। कार्यालय, अखबार, खेल का मैदान हर जगह गणित का अस्तित्व है, प्रत्येक व्यक्ति को अपनी जीविका कमाने के लिए प्रत्यक्ष या अप्रत्यक्ष रूप से गणित की आवश्यकता होती है। हम अपने दैनिक जीवन की कई प्रकार की समस्याओं को गणित के माध्यम से आसानी से हल कर सकते हैं।

आज के वैज्ञानिक युग में गणित का अपना विशेष महत्व है। इसलिए विद्यालय पाठ्यक्रम में गणित को अनिवार्य विषय के रूप में रखा गया है। लेकिन छात्र गणित में अधिक कमजोर पाए जाते हैं तथा विद्यार्थियों के दिमाग में यह भूत सवार रहता है कि गणित एक कठिन विषय है। इसलिए आज आवश्यकता इस बात की है कि गणित विषय को किस प्रकार सरल और रुचिकर बनाया जाए जिससे छात्र पुनः रुचिपूर्वक गणित विषय का अध्ययन कर सकें। इसके साथ-साथ छात्रों को उनके गुणों एवं कौशलों से परिचित कराया जाए। गणित विषय को सरस बनाने में वैदिक गणित अत्यंत सहायक सिद्ध हो सकती है।

2. वैदिक गणित की ऐतिहासिक पृष्ठभूमि

वेदों से वैदिक गणित का उद्गम हुआ है । वेद का शाब्दिक अर्थ है, संपूर्ण ज्ञान का उद्गम स्रोत और असीमित भंडार । अर्थात, वेदों में जीवन उपयोगी ज्ञान की समस्त बातें हैं । वैदिक गणित अति सुंदर वैदिक सूत्रों का संग्रह है जो

Shikshan Sanshodhan : Journal of Arts, Humanities and Social Sciences ISSN(o): 2581-6241
Monthly, Peer-Reviewed, Refereed, Indexed Journal Impact Factor: 7.384
Volume - 8, Issue - 4, April - 2025

वेदों से लिया गया है और जिसकी खोज परम श्रद्धेय जगद्गुरु शंकराचार्य श्री भारती कृष्ण तीर्थ जी महाराज ने की है । स्वामी जी जो स्वयं एक महान विद्वान है, उन्होंने ही पूरी दुनिया को यह अनुपम भेंट दी है। वैदिक गणित का मूल स्रोत अथर्ववेद है, जहां से स्वामी जी ने सभी सूत्रों और उप- सूत्रों की खोज 1911 से 1918 के बीच की है । स्वामी जी ने वेदों और उपनिषदों की गहन खोज के बाद इन्हें पुनः प्रतिपादित किया है । इनकी मदद से हमें गणित के सवालों को हल करने में समय की काफी बचत होती है । जैसे कि हमारे शास्त्रों में लिखा है -

युक्तियुक्तं वचो ग्राह्यं बालादपि शुकादपि ।
अयुक्तमपि न ग्राह्यं साक्षादपि वृहस्पतेः ॥

(यदि कोई युक्तियुक्त बात आप से कही जाती है, चाहे वह एक बालक या एक बोलने वाले तोते द्वारा कही गई हो, तो उसे ग्राह्य करना श्रेयस्कर है । परंतु कोई अयुक्तियुक्त बात यदि साक्षात देवगुरु वृहस्पति भी आपसे कहें तो उसे नहीं मानना चाहिए ।)

वैदिक गणित उस वायु का नाम है जिसने तेजी से गणना के क्षेत्र में बदलाव का बवंडर खड़ा कर दिया है । यह सभी गणितीय गणना को पारंपरिक विधि की तुलना में अधिक गति के साथ हल करने का आसान तरीका है । आजकल, इसे उन विद्यार्थियों के लिए सीखना नितांत आवश्यक हो गया है जो कुछ सेकंड में सटीक गणना करना चाहते हैं। CAT, XAT, UPSC, SSC, NTSE तथा बैंकिंग की परीक्षा में बैठने वाले विद्यार्थियों ने वैदिक गणित विधियों का प्रयोग जोड़, घटाव, गुणा, भाग और वर्ग, वर्गमूल, घन, घनमूल इत्यादि के अंकगणितीय सवालों को हल करने के लिए शुरू कर दिया है, और इससे उनका काफी समय बचता है । सभी 16 सूत्र गणित के विभिन्न विषयों से जुड़े हैं । एक वाक्य के मुहावरों जैसे ये सूत्र आसानी से समझे और याद किए जा सकते हैं । गणितीय सवालों को हल करने में उनकी क्षमता का बोध उनके शाब्दिक अर्थों से ही लग जाता है । इन 16 सूत्रों का प्रयोग अंकगणित से बीज गणित और ज्यामिति से कलन (calculus) तथा त्रिकोणमिति तक के सवालों को हल करने के लिए किया जा सकता है ।

वैदिक गणित के महत्व को इस तथ्य से ही समझा जा सकता है कि गणित के जटिल सवालों को हल करने में सामान्य तौर पर कई चरणों की प्रक्रिया अपनानी पड़ती है, जबकि वैदिक गणित में मन ही मन या कुछ सेकेंड में आप उत्तर प्राप्त कर सकते हैं । यह सूत्र आपस में इतनी सुंदरता से एक दूसरे से जुड़े हैं कि एक सूत्र का इस्तेमाल कई अंकगणितीय सवालों को हल करने के लिए किया जा सकता है । यही नहीं, वैदिक गणित की सुंदरता का अंदाजा इस बात से भी लगाया जा सकता है कि इसमें नए-नए प्रयोगों की पर्याप्त संभावना है । सभी मूलभूत प्रक्रियाओं को अलग-अलग विधियों से पूरा किया जा सकता है और विद्यार्थियों के पास उस विधि के इस्तेमाल की स्वतंत्रता है, जिसमें वे अपने आप को सहज महसूस करते हैं । एक आम इंसान भी वैदिक विधि को सीख ले तो किसी भी 5 - 5 अंकों की संख्याओं को 20 सेकंड से कम समय में गुणा कर सकता है और वह भी सिर्फ एक पंक्ति में । इस तरह किसी का भी आत्मविश्वास बढ़ सकता है, तथा मन में भय नहीं रह जाता। वैदिक गणित सभी के लिए महत्वपूर्ण और सीखने योग्य है ।

वैदिक गणित को वैदिक इसलिए कहा जाता है क्योंकि यह वेदों से संबंधित है । इसका उद्गम चौथे वेद अथर्ववेद से माना गया है । वैदिक गणित अंकगणित व बीजगणित की गणनाएं आसानी से करने में हमारी सहायता करती है । भारती कृष्ण तीर्थ जी ने वैदिक गणित के अंतर्गत 16 सूत्र तथा 13 उप सूत्र दिए जिनकी सहायता से गणित की किसी की समस्या को आसानी से हल किया जा सकता है । ये सूत्र किसी भी गणितीय समस्या को आसानी से हल करने में हमारी सहायता करते हैं। जिन्हें गणित सूत्र कहा जाता है । गणित सूत्रों को शूल्व सूत्र भी कहा जाता है । ये सभी सूत्र संस्कृत भाषा की व्याकरण में लिखे गए हैं । भारती कृष्ण तीर्थ जी ने महसूस किया कि उनके द्वारा लिखे गए 16 सूत्र गणित की सभी समस्याओं को जैसे - अंकगणित, बीजगणित, ज्यामिति, त्रिकोणमिति, समतल वृत्तीय ज्यामिति को हल करने में सहायक है। वैदिक गणित के अंतर्गत विद्यार्थियों में आत्मविश्वास होता है कि केवल एक ही सही रास्ता है। गणितीय क्रियाओं को हल करने का और वो है वैदिक गणित।
वैदिक गणित के सोलह सूत्र व तेरह उपसूत्र निम्न प्रकार हैं -

सोलहसूत्र

1. एकाधिकेन पूर्वेण
2. निखिल नवतश्चरमं दशतः

3. ऊर्ध्वतिर्यग्भ्याम्
4. परवर्त्य योजयेत्
5. शून्य साम्यसमुच्चये
6. (आनुरूप्ये) शून्यमन्यत्
7. संकलनव्यवकलनाभ्याम्
8. पूरणापूरणाभ्याम्
9. चलनकलनाभ्याम्
10. यावदूनम्
11. व्यष्टिसमष्टिः
12. शेषाण्यड्केन चरमेण
13. सोपान्त्यद्वयमन्त्यम्
14. एकन्यूनेन पूर्वेण
15. गुणितसमच्चयः
16. गुणकसमुच्चयः

इन सोलह सूत्रों के अतिरिक्त भारती कृष्ण तीर्थ जी ने तेरह अन्य उपसूत्र भी दिए जो निम्न प्रकार हैं -

तेरह उपसूत्र

1. आनुरूप्येण
2. शिष्यते शेषसंज्ञः
3. आधमाधेनान्त्यमन्त्येन
4. केवलैः सप्तकं गुण्यात्
5. वेष्टनम्
6. यावदूनं तावदूनं
7. यावदूनं तावउदूनीकृत्य वर्ग च योजयेत्
8. अन्त्ययोर्द्दशकेडपि
9. अन्त्ययोरेव
10. समुच्चयगुणितः
11. लोपनस्थापनाभ्यां
12. विलोकनं
13. गुणकसमुच्चयः

इन सोलह सूत्र तथा तेरह उपसूत्रों द्वारा लगभग गणित की सभी शाखाओं को सम्मिलित कर लिया जाता है । इन सूत्रों द्वारा बड़ी संख्या की जटिल समस्याओं को भी आसानी से हल किया जा सकता है । इन सूत्रों के नियमों का उपयोग कर किसी समस्या को हल करने में अधिक समय बचाया जा सकता है।

3. गणित का महत्व

पुरातन काल से ही सभी प्रकार के ज्ञान-विज्ञान में गणित का स्थान सर्वोपरि रहा है-

यथा शिखा मयूराणां नागानां मणयो यथा।
तथा वेदांगशास्त्राणां गणितं मूर्ध्नि स्थितम्॥

(जिस प्रकार मोरों में शिखा और नागों में मणि का स्थान सबसे उपर है, उसी प्रकार सभी वेदांग और शास्त्रों मे गणित का स्थान सबसे ऊपर है।)

गणित एक ऐसा विषय है, जो व्यक्ति को निश्चितता सिखाता है। गणित छात्रों में दृढ़ता तथा आत्मविश्वास उत्पन्न करता है। सत्य अथवा असत्य की शुद्धि और अशुद्धि की जांच गणित के माध्यम से ही होती है। गणित छात्रों में आत्मनिर्भरता तथा आत्मविश्वास उत्पन्न करता है और इस कारण पाठ्यक्रम में उसे इतना महत्वपूर्ण स्थान प्राप्त है।

महान गणितज्ञ गाउस ने कहा था कि गणित सभी विज्ञानों की रानी है। गणित, विज्ञान और प्रौद्योगिकी का एक महत्वपूर्ण उपकरण (टूल) है। भौतिकी, रसायन विज्ञान, खगोल विज्ञान आदि गणित के बिना नहीं समझे जा सकते। ऐतिहासिक रूप से देखा जाय तो वास्तव में गणित की अनेक शाखाओं का विकास ही इसलिये किया गया कि प्राकृतिक विज्ञान में इसकी आवश्यकता आ पड़ी थी।

4. गणित की शाखाएं

गणित की कई शाखाएं हैं-
- अंकगणित
- रेखागणित
- त्रिकोणमिति
- बीजगणित
- ज्यामिती इत्यादि ।

अंकगणित

अंकगणित गणित की तीन बड़ी शाखाओं में से एक है। अंको तथा संख्याओं की गणनाओं से संबंधित गणित की शाखा को अंकगणित कहा जाता है। यह गणित की मौलिक शाखा है तथा इसी से गणित की प्रारंभिक शिक्षा का आरंभ होता है। प्रत्येक मनुष्य अपने दैनिक जीवन में प्रायः अंकगणित का उपयोग करता है। अंकगणित के अंतर्गत जोड़, घटाना, गुणा, भाग, दशमलव, घन, घनमूल, वर्ग, वर्गमूल, भिन्न आदि प्रक्रियाएं आती हैं।

अंकगणित में वैदिक गणित के अनुप्रयोग

संख्याओं का घन

जब किसी संख्या को उसी में तीन बार गुणा किया जाता है तो प्राप्त होने वाली संख्या उस संख्या का घन कहलाती है । सामान्य रूप से, $a \times a \times a = a^3$ यहाँ पहले 10 अंकों के घन दिये जा रहे हैं ।

संख्या	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
घन	1	8	27	64	125	216	343	512	729	1000

जहां तक सीबीएससीई,आईसीएसई के पाठ्यक्रम का सवाल है, तो बड़ी संख्याओं के घन बहुत उपयोगी नहीं होते । हालाँकि प्रतियोगी परीक्षाओं में संख्याओं के घन करने संबंधी कई सारे सवाल पूछे जाते हैं । अंकगणित में भी; क्षेत्रमिति के सवाल हल करते समय संख्याओं के घन करने की थकाऊ प्रक्रिया का सामना करना पड़ता है । बड़ी संख्याओं का घन करना बहुत कठिन होता है क्योंकि परंपरागत विधि से एक संख्या को उसी में तीन बार गुणा करें, द्विपद विस्तार के सूत्र का इस्तेमाल कर सकते हैं । परंपरागत तरीके में प्रयोग करने की गुंजाइश ही नहीं है ।

घन करने की परंपरागत विधि

988^3= 988 x 988 x 988

988
X 988
7904
7904 x
8892xx
976144
X 988
7809152
7809152 x
8785296 x x

964430272

एक और परंपरागत विधि है, जो उपरोक्त विधि से बेहतर कही जा सकती है। द्विपद विस्तार$(a+b)^3$ या$(a-b)^3$ से गणना में लगने वाला समय कुछ कम हो जाता है, फिर भी यह इतनी उपयुक्त विधि नहीं है कि प्रतियोगी परीक्षाओं में कारगर हो सके।

a) $(988)^3 = (1000 – 12)^3 = (1000)^3 - 3 (1000)^2 \times 12 + 3 \times 1000 \times (12)^2 - (12)^3$
$= 1000000000 - 36000000 + 432000 - 1728$
$= 964430272$
[नोट: द्विपद विस्तार $(a-b)^3 = a^3 – 3a^2b + 3ab^2 – b^3$ लागू करने से]

b) $(108)^3 = (100 + 8)^3 = (100)^3 + 3 \times (100)^2 \times 8 + 3 \times 100 \times (8)^2 + (8)^3$
$= 1000000 + 240000 + 19200 + 512$
$= 1259712$
[द्विपद विस्तार $(a-b)^3 = a^3 – 3a^2b + 3ab^2 – b^3$ लागू करने से]

वैदिक गणित में ऐसी कई रोचक विधियाँ हैं, जो कुछ ही पलों में किसी भी संख्या का घन उपलब्ध करा सकती हैं। परंपरागत विधियों के विपरीत ये एकदम आसान और छोटी हैं। इस विधि में समय का करीब 1/10वाँ हिस्सा ही लगता है और यही कारण है कि वैदिक विधि घन निकालने की परंपरागत विधि से बहुत श्रेष्ठ है।

5. वैदिक गणित सूत्रों द्वारा घन निकालना

1) आनुरूप्येण सूत्र से घन

इस विधि से जिस संख्या का घन निकालना हो वह साधारणत: दो अंकों की होनी चाहिए । उत्तर के लिए चार खण्ड होते हैं। दाहिनी ओर से इनमें क्रमश: उत्तर की इकाई, दहाई, सैकड़े और शेष के अंक आते हैं। उदाहरण से क्रिया समझाई जा रही है ।

उदाहरण

$31^3 = 3^3 / 3^2 \times 1 / 3 \times 1^2 / 1^3$
$= 27 / 9 / 3 / 1$
$= \quad 18 / 6$
$= 27 / 27 / 9 / 1$
$= 29791$

संकेत : (i)सबसे बायें भाग में दहाई के अंक 3 का घन = 3^3
दूसरे भाग में (दहाई अंक 3)^2 x (इकाई अंक) = $3^2 \times 1$
तीसरे भाग में (दहाई अंक) x (इकाई अंक)^2 = 2×2^2
अन्तिम चौथे भाग में (इकाई अंक)^3 = 1
(ii) अब बीच वाले दोनों स्थानों के नीचे उनका दोगुना लिखें।
अपने अपने स्थान का जोड़ नीचे लिखें।
ध्यातव्य - प्रत्येक भाग में एक ही अंक रह सकता है अतिरिक्त अंक बाईं ओर जोड़े जाते हैं। सबसे बाईं ओर के भाग में एक से अधिक अंक भी रह सकते हैं। हम जानते हैं कि

$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

सत्यापन - नवांक विधि और एकादशांक विधि से उत्तर का सत्यापन किया जा सकता है। सामान्यत: नवांक विधि से अवश्य करें।
उपरोक्त उदाहरण में 31 का बीजांक 4 अत: 31^3 का $4^3 = 64 =1$ होना चाहिए।
उत्तर का बीजांक = 29791 = 2+9+7+9+1=1

उदाहरण घनफल की गणना करें।
(क) 53 (ख) 47 (ग) 79 (घ) 96
हल (क) $53^3 = 5^3 / 5^2 \times 3 / 5 \times 3^2 / 3^3$
= 125 / 75 / 45 / 9
= 150 / 90
= 125 / 225 / 135 / 9
= 148859

(ख) $47^3 = 4^3 / 4^2 \times 7 / 4 \times 7^2 / 7^3$
= 64 / 112 / 196 / 343
= 224 / 392
= 64 / 336 / 588 / 343
= 103823

(ग) $79^3 = 7^3 / 7^2 \times 9 / 7 \times 9^2 / 9^3$
= 343 / 441 / 567 / 729
= 882 / 1134
= 343 / 1323 / 1701 / 729
= 493039

(घ) $96^3 = 9^3 / 9^2 \times 6 / 9 \times 6^2 / 6^3$
= 729 / 486 / 324 / 216
= 972 / 648
= 729 / 1458 / 972 / 216
= 884736

2) यावदूनं तावदूनीकृत्य वर्गं च योजयेत् सूत्र से घन
आधार में निकट की संख्याओं का घन इस विधि से ज्ञात किया जाता है।

उदाहरण 102 का घनफल क्या होगा।
हल - $102 = (100 + 3 \times 02) / 3 \times (02)^2 / (02)^3$
= 106 / 12 / 8
चरण (क) संख्या की आधार संख्या एवं विचलन को ज्ञात किया जाता है।
आधार संख्या = 100, विचलन = 02
(ख) घनफल में तीन भाग होते हैं -
बायां भाग/मध्य भाग/दायां भाग
(ग) बायां भाग = आधार संख्या + 3 x विचलन
= 100 + 3 x 02 = 106
(घ) मध्य भाग = 3 $(\text{विचलन})^2 = 3(02)^2 = 12$
(ङ) दायां भाग = $(\text{विचलन})^3 = (02)^3 = 8$
(च) यथा स्थान लिखने पर अभीष्ट घनफल प्राप्त
= 1061208

ध्यातव्य (1) दायें भाग एवं मध्य भाग में आधार संख्या में शून्यों की संख्या के तुल्य अंक लिखे जाते हैं।
(2) दायें भाग में एवं मध्य भाग में अंकों की संख्या कम होने पर बायीं ओर शून्य बढ़ा लेते हैं।
(3) दायें भाग एवं मध्य भाग में अंकों की संख्या अधिक होने पर अतिरिक्त अंक बायीं ओर जोड़े जाते हैं।
(4) बीजांक (नव शेष) विधि से उत्तर की जांच की जाती है।

उदाहरण घनफल ज्ञात करें।
(क) 107 (ख) 105 (ग) 1006 (घ) 1015
हल
(क) 107^3 = 121 / 147 / 343 = 1225043
(ख) 105^3 = 115/ 75 / 125 = 1157625
(ग) 1006^3 = 1018 / 108 / 216 = 1018108216
(घ) 1015^3 = 1045 / 675 / 3375 = 1045678375

3) आनुरूप्येण + यावदूनं तावदूनीकृत्य वर्गं च योजयेत् सूत्र से घन
उपाधार संख्या के निकट की संख्याओं का घन इस विधि से ज्ञात किया जाता है।

उदाहरण 306^3 की गणना करें।
हल - $306^3 = 3^2(300+3 \times 6) / 3 \times 3(6)^2 / 6^3$
= 2862 / 324 / 216
= 28652616
संकेत (क) आधार 100 उपाधार 300 लिया। उपाधार से विचलन = 06
(ख) उपाधार से आधार का अनुपात = 300 ÷ 100 = 3, आधार में शून्यों की संख्या = 2
(ग) घनफल में तीन खण्ड होते हैं। दायीं ओर तथा बीच के खण्ड में दो दो अंक होंगे।
(घ) बायां भाग = $(\text{अनुपात})^2$(आधार +3xविचलन) = $3^2 \times (300+3\times6)$ = 2862
(च) मध्य भाग = अनुपात x 3$(\text{विचलन})^2$ = $3\times3\times6^2$ = 324
(छ) दायां भाग = $(\text{विचलन})^3 = 6^3$ = 216
(ज)यथा स्थान लिखने पर अभीष्ट घनफल प्राप्त होता है।
घनफल = 28652616
उत्तर की जांच बीजांक विधि से की जाती है।

4) एकाधिकेन पूर्वेण सूत्र से घन
यहां केवल दो अंकों की ऐसी संख्याओं का घन निकालने की विधि दी जा रही है जिनके अन्त में 5 हो । उदाहरण से यह विधि बताई जा रही है।

उदाहरण 15 का घनफल ज्ञात करें।
यहां पहला भाग (इकाई का अंक) 5 और दूसरा भाग 1 है। घनफल के चार भाग बाईं ओर से होंगे।
पहला भाग - दूसरे अंक का वर्ग x एकाधिक = $1^2 \times 2 = 2$
दूसरा भाग - दूसरा अंक x एकाधिक x पहला अंक = 1 x 2 x 5 = 10
तीसरा भाग - दूसरा अंक x पहले अंक का वर्ग = $1 \times 5^2 = 25$
चौथा भाग - पहले अंक का घन =5^3 = 125
अत: 15^3 = 2 /10 / 25 / 125
= 3375

उदाहरण 75 का घनफल ज्ञात करें।

$75^3 = 7^2 \times 8 / 7 \times 8 \times 5 / 7 \times 5^2 / 5^3$
= 392 / 280 / 175 /125
= 421875

दो अंकों की संख्या में इकाई अंक 5 न हो तो भी सूत्र एकाधिकेन पूर्वेण के द्वारा संख्या का घनफल ज्ञात किया जा सकता है। सूत्र आधारित इस विधि को निम्न उदाहरणों से स्पष्ट किया जा रहा है।

उदाहरण 24 का घनफल ज्ञात कीजिये।
प्रथम खण्ड = दहाई अंक का वर्ग x उसका एकाधिक = $2^2 \times 3$
द्वितीय खण्ड = दहाई अंक का वर्ग x विचलन (d) = $2^2 \times 2$ [d = घातांक x इकाई का अंक - आधार]
तृतीय खण्ड = दहाई अंक x 3 x (इकाई अंक)^2 = $2 \times 3 \times 4^2$
चतुर्थ खण्ड = (इकाई अंक)^3 = 4^3
(d = 3 x 4 - 10 = 2)
$\therefore 24^3$ = 12 / 8 / 96/ 64
= 13824

उदाहरण 46 का घनफल ज्ञात कीजिये।
हल - $46^3 = 4^2 \times 5 / 4^2 \times 8 / 4 \times 3 \times 6^2 / 6^3$
= 80 / 128 / 432 / 216 (d = 3 x 6 - 10)
= 97336

5) निखिलम् सूत्र से घन
नियम
निखिलम सूत्र की कार्यप्रणाली निम्न चरणों में दर्शाई गई है -
► सबसे पहले जिस संख्या का घन निकालना है, उसका आधार से अंतर निकाले हैं। आधार 10 या इसका गुणक होना चाहिए। अगर आधार 10, 100, 1000, --------- है तो उप-आधार = 1, दूसरी ओर, अगर आधार = 40 तो उप-आधार = 4 क्योंकि 40 = 4 x 10,
► घन करने की समूची प्रक्रिया में 3 चरण होते हैं।
(क) (घन की जाने वाली संख्या + 2 x आधार से अंतर) x (उप-आधार)^2
ख) {3 x (अंतर)^2} x उप-आधार
ग) (अंतर)^3
► अगर कोई उप-आधार नहीं है, तो गणना बहुत सरल हो जाती है। अब आइए इस विधि को समझने के लिए कुछ उदाहरणों की सहायता लेते हैं।

उदाहरण निखिलम सूत्र से 35 का घन निकालिए।
हल- संख्या 35 आधार 30 से अधिक निकट है (3 x 10), इसलिए अंतर = 35 - 30 = 5, उप-आधार = 3
$(35)^3 = (35 + 2 \times 5) \times 3^2 / 3 \times 5^2 \times 3 / 5^3$

	प्रथम पद		द्वितीय पद		तृतीय पद
=	405	/	225	/	125
=	405	/	237	/	5
=	42875				

उदाहरण निखिलम सूत्र से 68 का मान निकालिए।
हल- 68 = 6 x 10 + 8
आधार = 10, उप-आधार = 6 और आधिक्य = 8
$(68)^3$ = (68 + 2 x 8) x 6^2 / 3 x 8^2 x 6 / 8^3

प्रथम पद द्वितीय पद तृतीय पद
= 3024 / 1152 / 512
= 3024 / 1203 / 2
= 314432

उदाहरण निखिलम सूत्र से 204 का घन निकालिए।
हल- कार्यकारी आधार = 200
अंतर = 204 - 200 = 4, उप-आधार = 2
$(204)^3$ = (204 + 4 x 2)2^2 / 3 x 4^2 x 2 / 4^3

प्रथम पद द्वितीय पद तृतीय पद
= 212 x 4 / 96 / 64
= 848 / 96 / 64
= 8489664

(चूँकि, आधार = 200, इसलिए इसें हर अंक पृथक्कारी में 2 अंक होंगे)

उदाहरण निखिलम सूत्र से 897 का घन निकालिए।
हल-कार्यकारी आधार = 900, उप-आधार = 9
अंतर = 897 - 900 = -3
$(897)^3$ = (897 + 2 x -3)9^2 / 3 x -3^2 x 9 / -3^3

प्रथम पद द्वितीय पद तृतीय पद
= 891 x 81 / 243 / 27
= 72171 / 243 / 27
= 72171 / 242 / 73
= 721734273

चूँकि, आधार 900 है, इसलिए हर अंक पृथक्कारी के 2 अंक हॉगे। इस प्रकार, द्वितीय हिस्से का 242 बदलकर 42 हो जाएगा। तीसरे हिस्से में, ऋण का चिह्न है. इसलिए इसे आधार 100 से घटाइए। इसी तरह, तीसरे हिस्से में, हमारे पास होगा, 100 - 27 = 73, यह परिवर्तन द्वितीय हिस्से से 1 को घटाकर ठीक किया जाएगा। इस प्रकार, द्वितीय हिस्से का 243 अब 243 - 1 = 242 हो जाएगा।
अतः $(897)^3$ = 721734273

6) यादवद्नम् सूत्र से घन

यह सूत्र तब अधिक उपयुक्त बैठता है, जब घन की जाने वाली संख्या आधार के निकट हो। आधार 10n के रूप में होना चाहिए, जहाँ n कोई प्राकृत संख्या है। इस सूत्र की सीमित उपयोगिता है।

कार्य नियम :

- जाँच करें कि संख्या आधार 10, 100, 1000... के निकट है अथवा नहीं।
- आधार से अंतर निकालिए।
- पूरी प्रक्रिया तीन हिस्सों में होगी। पहले हिस्से में, अंतर का दुगुना करके उसे मूल संख्या में जोड़िये ।

दूसरा हिस्सा = नया अंतर (पहले हिस्से से मिली संख्या - आधार) x मूल अंतर ।

तीसरा हिस्सा = अंतर का घन

गणितीय रूप से, अगर a = मूल संख्या और d = आधार से अंतर, तो समूची प्रक्रिया निम्न रूप में दर्शाई जा सकती है –

a^3 = a + 2d / [(a + 2d) - आधार] x d / d^3 आइए, कुछ उदाहरण लेते हैं।

उदाहरण 13 का घन निकालिए।
हल- यहाँ $(13)^3$ में; a = 13(मूल संख्या) आधार 10 से अधिक निकट है।
इसलिए आधार = 10 और अंतर = + 3
पहला हिस्सा = a + 2 d = 13 + 2 x 3 = 19
दूसरा हिस्सा = (19 - 10) x 3 = 27
तीसरा हिस्सा = 3^3 = 27
तीनों हिस्सों को जोड़ने पर, हम पाते हैं
13^3 = 19 / 27 / 27
= 2197

उदाहरण 97 का घन निकालिए।
हल- यहाँ $(97)^3$ में a = 97 (मूल संख्या) आधार 100 के अधिक निकट है। इसलिए, आधार = 100 और अंतर = -3
प्रथम हिस्सा = a + 2d = 97 - 2 x 3 = 91
द्वितीय हिस्सा = (91 - 100) x -3 = -9 x -3 = 27
तृतीय हिस्सा = $(-3)^3$ = -27
तीनों हिस्सों को जोड़ने पर हम पाते हैं,
97^3 = 91 / 27 / 27
= 912673
(तृतीय हिस्सा ऋणात्मक है, इसलिए ऋणात्मक हिस्से में 100 जोड़िये और इसे 100 - 27 = 73 बनाइए। पूर्ववर्ती हिस्से से 1 घटाइए, इस प्रकार इसे 27 से 26 बना दीजिए।

उदाहरण 108 का घन निकालिए।
हल- a = 108, आधार = 100, अंतर = 8
प्रथम हिस्सा = a + 2d = 108 + 2 x 8 = 124
द्वितीय हिस्सा = (124 - 100) x 8 = 192
तृतीय हिस्सा = 8^3 = 512
तीनों हिस्सों को जोड़ने पर हम पाते हैं,
$(108)^3$ = 124 / 192 / 512
= 124 / 197 / 12
= 1259712
(प्रत्येक हिस्से में अंकों की संख्या आधार में आने वाले शून्यों पर निर्भर करती है । अगर आधार 100 है, तो अंकों की संख्या हर हिस्से में 2 होगी।)

7. निष्कर्ष

वैदिक गणित विश्व की सबसे तेज गणितीय प्रक्रिया है। यह सामान्य गणित की तुलना में 10 से 15 गुना तेज है । वैदिक गणित में गणना के अनोखे तरीके हैं जो सरल सूत्रों पर आधारित हैं । अतः इसका उद्देश्य यही है कि समय की बचत कर गणनाएं की जा सकें ।

स्कूली स्तर पर वैदिक गणित को पढ़ाया जाना अति आवश्यक है। सामान्यता बच्चों में गणना करने की कला का विकास तेज गति से हो ऐसा वैदिक गणित का उद्देश्य है । वैदिक गणित अनिवार्य रूप से स्कूली स्तर पर शुरू करने का मुख्य उद्देश्य यही है कि प्रत्येक बालक के मष्तिक का विकास हो तथा वैदिक गणित के उपयोग के माध्यम से वह अपनी क्रियात्मकता को उजागर कर सके ।

वैदिक गणित को प्रचलन में लाने का मुख्य उद्देश्य हमारी भारतीय संस्कृति को बचाना भी है । हमारे देश में अनेक महान गणितज्ञ हुए हैं। उनके द्वारा बनाए गए सूत्र आज हम उपयोग में ही नहीं लेते हैं जबकि संपूर्ण गणित इनके द्वारा हल की जा सकती है। घन आदि गणितीय संक्रियाओं को हल करने में वैदिक गणित का प्रभावी ढंग से उपयोग किया जा सकता है।

संदर्भ :

पुस्तक:

1. ठाकुर, राजेश कुमार (2017) वैदिक गणित, नई दिल्ली: प्रभात पेपर बैक्स
2. तीर्थ, भारती कृष्ण (2018) वैदिक गणित, नई दिल्ली: मोतीलाल बनारसीदास
3. शंकराचार्य, जगद्गुरु (2017) वैदिक गणित, कुरुक्षेत्र: विद्या भारती संस्कृति शिक्षा संस्थान
4. विश्वकर्मा, कैलाश (2011) वैदिक गणित विहंगम दृष्टि- 1, नई दिल्ली: शिक्षा संस्कृति उत्थान न्यास।

   WEB:
5. अंकगणित/ Wikipedia / https://shorturl.at/kHRQl
6. गणित/ Wikipedia / https://shorturl.at/VxynF