

त्रिकोणमिती घटक शिकतानाविद्यार्थ्यांना येणाऱ्या अडचणी व त्यावरील उपाय

श्रीमती. विद्यारामभाऊ भडके

सहशिक्षिका, श्री शिवाजी हायस्कूल माध्यमिक व उच्च माध्यमिक विद्यालय, बोधेगाव ता : शेवगाव
जि : अहमदनगर (महाराष्ट्र) भारत
Email - vidyabhadake456@gmail.com

शोध सार: इयत्ता दहावीच्या विद्यार्थ्यांना गणित विषयातील त्रिकोणमिती घटकाच्या अध्ययनात येणाऱ्या अडचणींचा शोध व त्यावरील उपाय योजनांच्या परिणामकारकतेचा अभ्यास.

मूल शब्द: गणित, त्रिकोणमिती, Sin, Cos, tan.

1. प्रस्तावना :

संशोधक स्वतः गेल्या 14 वर्षांपासून गणित विषयाचे अध्यापनाचे करत आहे. 9 वी च्या विद्यार्थ्यांना अध्यापन केल्यानंतर त्यांच्या असे तक्षात आले की, मुलांना गणितातील त्रिकोणमिती घटकात जास्तीत जास्त अडचणी येतात. सर्वसामान्य मुलांना गणितातील त्रिकोणमितीय गुणोत्तरावरील उदाहरणे सोडविणे जड जाते किंवा आवडतच नाही. त्यामुळे मुले तो भाग उत्तरपत्रिकेत सोडवितच नाही हा संशोधकाचा आजवरचा अनुभव आहे. संशोधकाने दरवर्षी मुलांना तुम्हाला कोणते प्रकरण अवघड गेले?" हा प्रश्न विचारला तेव्हा त्रिकोणमिती हे मिळणारं उत्तर सामाईक आहे. मग असे का व्हावे? हेच असमाधान संशोधकाच्या मनात घर करून राहिले व संशोधकाने आपल्या या असमाधानापोटीच त्रिकोणमिती ह्या घटकाचे प्रभावी अध्यापन कसे करता येईल यासाठी ही समस्या निवडली.

इ. 10 वी च्या विद्यार्थ्यांना त्रिकोणमितीय गुणोत्तरातील सहसंबंध का समजत नाही ? सामान्य विद्यार्थी त्रिकोणमितीवरील प्रश्न सोडविण्याचा कंटाळा का करतात ? किंवा त्यांचे सोडविलेले प्रश्न का चुकतात? या मागील कारणांचा किंवा उणिवाचा शोध घेणे व त्या दूर करण्यासाठी उपाय योजना तयार करणे, व त्याचा उपयोग करून त्यांची परिणामकारकता अभ्यासण्याचे संशोधकाने निश्चित केले.

प्रस्तुत विषयाच्या निवडीतून व संशोधनातून संशोधकाने त्रिकोणमिती हा घटक शिकविण्यासाठी शिक्षकाने काय करावे यासाठी ज्या उपाययोजना सुचविणार आहे, त्या प्रभावी ठरल्या व त्यानुसार शिक्षकांनी या घटकांचे अध्यापन केल्यास हा घटक निश्चितच सोपा व रंजक होईल. या घटकाचे विद्यार्थ्यांच्या पायाभूत ज्ञान पक्के होईल व विद्यार्थ्यांमध्ये त्रिकोणमिती विषयी नावड न राहता त्यांना गोडी निर्माण होईल व ते या घटकावरील प्रश्न विकल्पास न ठेवता यशस्वीपणे सामोरे जातील असा आशावाद निर्माण करता येऊ शकेल.

1.1 समस्येची पार्श्वभूमी :

इयत्ता 10 वीतील बहुतांशी विद्यार्थ्यांना वीजगणित विषय अवघड वाटते. त्यामध्ये त्रिकोणमिती या घटकाचा नवीन अभ्यासक्रमात भूमितीमध्ये समावेश झाला आहे. त्रिकोणमिती हा भाग इयत्ता 10 वीच्या विद्यार्थ्यांना एकदम नवीन आहे. आणि त्यामध्ये नवीन अभ्यासक्रमामध्ये Sin, Cos, Tan, Cot Sec, Cosec अशा सहा गुणोत्तरांचा समावेश आहे. त्यामुळे तो आणखी बोजड झालेला आहे.

म्हणून प्रथम नेहमीप्रमाणे विद्यार्थ्यांना अध्यापन करण्यात आले व त्यांची पूर्व चाचणी घेऊन उपचारात्मक कार्यक्रम सूचविण्यात आला. त्यामुळे त्रिकोणमिती या घटकाचे अध्यापन सुलभ होईल व विद्यार्थ्यांना प्राविण्य संपादन करण्यास मदत होईल. संशोधन प्रकल्पामध्ये उपाययोजना करावयाच्या आहेत म्हणून मुद्दाम इयत्ता 10 वीचा वर्ग निवडला आहे.

1.2 समस्या विधान :

इयत्ता दहावीच्या विद्यार्थ्यांना गणित विषयातील त्रिकोणमिती घटकाच्या अध्ययनात येणाऱ्या अडचणींचा शोध व त्यावरील उपाययोजनांच्या परिणामकारकतेचा अभ्यास.

1.3 कार्यात्मक व्याख्या :

1. इयत्ता 10 वी चे विद्यार्थी

इयत्ता 9 वी मधून उत्तीर्ण झालेले व संशोधनात समाविष्ट झालेले विद्यार्थी.

2. गणित विषय :-

माध्यमिक स्तरावर इयत्ता 10 वी साठी असलेला विषय.

3. त्रिकोणमिती :-

इ. 10 वीच्या गणित / भूमिती विषयातील घटक

4. परिणामकारता :-

उपचारात्मक आध्यापनानंतरची विद्यार्थ्यांची संपादनपूक

1) त्रिकोणमितीय गुणोत्तरे:- काटकोन त्रिकोणातील लघुकोन आणि त्रिकोणाच्या बाजूंची गुणोत्तरे यांचा संबंध म्हणजे त्रिकोणमितीय गुणोत्तरे.

$$2) \sin \theta = \frac{\text{समोरील बाजू}}{\text{कर्ण}} = \frac{BC}{AC}$$

$$3) \cos \theta = \frac{\text{लगतची बाजू}}{\text{कर्ण}} = \frac{AB}{AC}$$

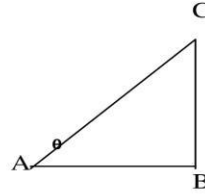
$$4) \tan \theta = \frac{\text{समोरील बाजू}}{\text{लगतची बाजू}} = \frac{BC}{AB}$$

$$5) \cot \theta = \frac{\text{लगतची बाजू}}{\text{समोरील बाजू}} = \frac{AB}{BC}$$

$$6) \operatorname{cosec} \theta = \frac{\text{कर्ण}}{\text{समोरील बाजू}} = \frac{AC}{BC}$$

$$7) \sec \theta = \frac{\text{कर्ण}}{\text{समोरील बाजू}} = \frac{AC}{AB}$$

8) $\sin \theta$ म्हणजे कोनाचे sine गुणोत्तर $\sin \theta$ वेगवेगळे नाही. म्हणजे $\sin x \theta$ नाही. वरीलप्रमाणे सर्व गुणोत्तरासाठी.



9. काटकोन त्रिकोणात काटकोनासमोरीत बाजूस कर्ण म्हणतात आणि काटकोना व्यतिरिक्त उरलेले कोन लघुकोन असतात.

10. लघुकोनाच्या समोर जी बाजू असते तिचा संमुख भूजा किंवा कोनासमोरील बाजू असे म्हणतात.

11. लघुकोनाच्या भूजांपैकी कर्ण सोडून राहिलेल्या भूजेस कोनालगतची बाजू किंवा लगतची बाजू असे म्हणतात.

12. नित्य समीकरण जेव्हा दिलेले समीकरण हे चताच्या सर्व किमतीसाठी सत्य असते तेव्हा त्या समीकरणाला नित्य समीकरण असे म्हणतात.

13. त्रिकोणमितीय नित्य समीकरण जेव्हा दिलेले नित्य समीकरण हे त्रिकोणमितीय गुणोत्तराच्या स्वरूपात व्यक्त केले जाते तेव्हा त्या समीकरणाला त्रिकोणमितीय नित्य समीकरण असे म्हणतात.

14. काटकोन त्रिकोणात लघुकोन हा $0^\circ << 90^\circ$

असे असेल तर आपण त्रिकोणमितीय गुणोत्तरांची व्याख्या केती आहे.

15. बीजगणितात आपण कोनाचे माप 0° पेक्षा जास्त व 180° पेक्षा कमी घेतो पण त्रिकोणमितीचा अभ्यास करतांना 0° किंवा त्यापेक्षा कमी आणि 180° किंवा त्यापेक्षा जास्त मापाच्या कोनांचे अस्तित्व स्विकारतो.

1.4 गृहितके :

कोणतेही संशोधन करताना वस्तुस्थितीवर आधारीत समस्या विचार घेऊन त्यावर उपाय सूचवावे लागतील. कोणत्या उपायाचा अवलंब करणे अधिक फायदेशीर ठरते याचा विचार करावा लागतो.

1. त्रिकोणमिती घटकाचे अध्यापन वर्गात केले जाते.
2. उपचारात्मक अध्यापनामुळे त्रिकोणमितीय घटकाच्या अडचणींवर मात करता येते.

1.5 त्रिकोणमितीय गुणोत्तरे :

त्रिकोणमितीय गुणोत्तरे -

Sin, Cos, Tan, Sec, Cosec, Cot

या गुणोत्तरांच्या व्याख्या व परस्पर संबंध

कोटिकोनाच्या त्रिकोणमितीय गुणोत्तराचे संबंध -

$$\sin \theta = \cos (90 - \theta)$$

$$\cos \theta = \sin (90 - \theta)$$

$$\tan \theta = \cot (90 - \theta)$$

त्रिकोणमितीय नित्य समीकरणे -

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$$

$$1 + \tan^2 \theta = \sec^2 \theta$$

$$1 + \cot^2 \theta = \operatorname{cosec}^2 \theta$$

त्रिकोणमितीय गुणोत्तरे व नित्य समीकरणे यांचे उपयोजन

समीकरणांच्या सिध्दता

विशिष्ट कोनांची त्रिकोणमितीय गुणात्तरे

1 $0^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 90^\circ$ या मापांची गुणोत्तरे

2 पदावलींची किंमत काढणे

संबंधीत संशोधन हे सन 2023 -2024 या कालावधीसाठी मर्यादित आहे.

1.6 संशोधनाचे महत्व :

शिक्षकांनी आपल्या समस्या स्वतः सोडविण्याचा शास्त्रीय प्रयत्न करणे म्हणजे संशोधन होय. संशोधनाचे जनक डॉ. कोरे हे आहेत. डॉ. कोरे यांच्या मते " आपले निर्णय व उपक्रम यांच्या बाबतीत मार्गदर्शन मिळावे, त्यात सुधारणा व्हाव्यात व त्याचे मूल्यांकन व्हावे म्हणून शिक्षकानी आपल्या समस्यांचा शास्त्रीय पध्दतीने स्वतः अभ्यास करण्याची प्रक्रिया म्हणजे संशोधन होय."

इतर प्रकारच्या संशोधनापेक्षा संशोधन भिन्न आहे, कृतिसंशोधन आणि इतर संशोधन यात मुलभूत फरक संशोधनकर्ता, स्थान आणि अपेक्षित फलांचे स्वरूप यात फरक आहे. शिक्षक स्वतः शिकवत असते त्या वर्गात सुधारीत मार्गाचा अवलंब करण्याच्या हेतूने कृतिशित असतो. उलट इतर प्रकारच्या अभ्यासात दुसऱ्यांसाठी दुसऱ्या क्षेत्रात. त्यांनी सुधारणा करावी म्हणून अभ्यास करीत असतो म्हणून संशोधन हे परिणामकारक असते.

1.7 उद्दिष्ट्ये :

1. त्रिकोणमिती घटकाच्या अध्ययनातील अडचणींचा शोध घेण्यासाठी चाचणीची निर्मिती करणे
2. त्रिकोणमिती घटकाच्या अध्ययनातील अडचणींचा शोध घेणे.
3. त्रिकोणमिती घटकाच्या अध्ययनातील अडचणींचे वर्गीकरण करणे व कारणांचा शोध घेणे
4. त्रिकोणमिती घटकाच्या अध्ययनातील अडचणी दूर करण्यासाठी उपक्रमांची निर्मिती करणे
5. त्रिकोणमिती घटकाच्या अध्ययनातील अडचणी दूर करण्यासाठी तयार केलेला उपक्रम राबविणे.
6. त्रिकोणमिती घटकाच्या अध्ययनातील अडचणी दूर करण्यासाठी राबविलेल्या उपक्रमाची परिणामकारकता तपासणे

2. समारोप : प्रस्तुत प्रकरणात समस्येची पार्श्वभूमी समस्या विधान, कार्यात्मक व्याख्या, गृहीतके, समस्येची व्याप्ती व मर्यादा, संशोधनाचे महत्व, संशोधनाची उद्दिष्ट्ये परिकल्पना, चले व प्रकरण योजना आदीसंबंधी विवेचन केले आहे. तर पुढील प्रकरणात संबंधित साहित्याचा आढावा घेतला आहे.

संदर्भ सुची :

1. कदम चा.पा. 1989 शैक्षणिक संख्याशास्त्र पुणे नूतन प्रकाशन.
2. कुलकर्णी के. व्ही, 1966 शैक्षणिक संशोधन श्री विद्या प्रकाशन
3. डॉ. बापट भा.गो, 1988 शैक्षणिक संशोधन, नूतन प्रकाशन, पुणे.
4. डॉ. भांडारकर पु.त. 1987 सामाजिक संशोधन पध्दती, नागपूर: महाराष्ट्र विद्यापीठ ग्रंथ निर्मिती मंडळ
5. जोशी अनंत महाते संजीवनी, 1999 संशोधन अहवाल लेखन पध्दती, नाशिक: य.च.म.मु. विद्यापीठ
6. दाडेकर वा.ना. 1985 शैक्षणिक मुल्यमापन व संख्याशास्त्र, श्री विद्या प्रकाशन, पुणे.
7. पंण्डित बन्सी बिहारी, 1989 शिक्षणातील संशोधन अभिकल्प, नूतन प्रकाशन, पुणे.
8. पंण्डित बन्सी बिहारी, 1987 शिक्षणातील संशोधन पुणे: नूतन प्रकाशन,